GOBIERNO DE PUERTO RICO

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN
Subsecretaría para Asuntos Académicos

MÓDULO PARA REMEDIAR

Matemáticas

Duodécimo grado

enero 2020

Nombre del estudiante: ____

Número de SIE: ____

Nombre de la escuela: ____

Código de la escuela: _____________ **Municipio:** __________________

P.O. Box 190759, San Juan, PR 00919-0759 • Tel.: (787)773-3060/3064

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN GOBIERNO DE PUERTO RICO

Querido estudiante:

Hemos trabajado con la ilusión de presentarte este módulo como una herramienta para desarrollar las destrezas que necesitas para la clase de Matemáticas. Encontrarás ejercicios de selección múltiple para que escojas la respuesta correcta.

El Departamento de Educación validará tu participación y tu esfuerzo al contestar los ejercicios en este módulo. La puntuación obtenida se sumará a tus notas e informe de progreso académico. Esperamos, que una vez finalices el duodécimo grado, hayas obtenido la misma satisfacción que nosotros al crear estos ejercicios para ayudarte.

Álgebra

Aplicar reglas de exponentes

Leyes de los exponentes

Los exponentes también se llaman **potencias** o **índices**

El exponente de un número dice cuántas veces se multiplica el número.

En este ejemplo: $8^2 = 8 \times 8 = 64$
En palabras: 8^2se puede leer "8 a la segunda potencia", "8 a la potencia 2" o simplemente "8 al cuadrado"

Ley	Ejemplo
$x^1 = x$	$6^1 = 6$
$x^0 = 1$	$7^0 = 1$
$x^{-1} = 1/x$	$4^{-1} = 1/4$
$x^m x^n = x^{m+n}$	$x^2 x^3 = x^{2+3} = x^5$
$x^m/x^n = x^{m-n}$	$x^4/x^2 = x^{4-2} = x^2$
$(x^m)^n = x^{mn}$	$(x^2)^3 = x^{2\times 3} = x^6$
$(xy)^n = x^n y^n$	$(xy)^3 = x^3 y^3$
$(x/y)^n = x^n/y^n$	$(x/y)^2 = x^2 / y^2$
$x^{-n} = 1/x^n$	$x^{-3} = 1/x^3$
$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$	$x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$

1. Simplifica: $4x^{-2} \cdot 2x^{3}$ = _____

ⓐ $8x$

ⓑ $8x^{-5}$

ⓒ $8x^{-6}$

ⓓ $8x^{5}$

2. Simplifica: $\sqrt[3]{54a^7b^4}$ = _____

ⓐ $3a^3b^2\sqrt[3]{6a}$

ⓑ $3a^2b^3\sqrt[3]{6a}$

ⓒ $a^6b^3\sqrt[3]{54a}$

ⓓ $3a^2b^3\sqrt[3]{2ab}$

3. Escribe usando exponentes positivos: $(6a^{-1}b^{3})^{-2}$ = _____

ⓐ $-36a^2b^6$

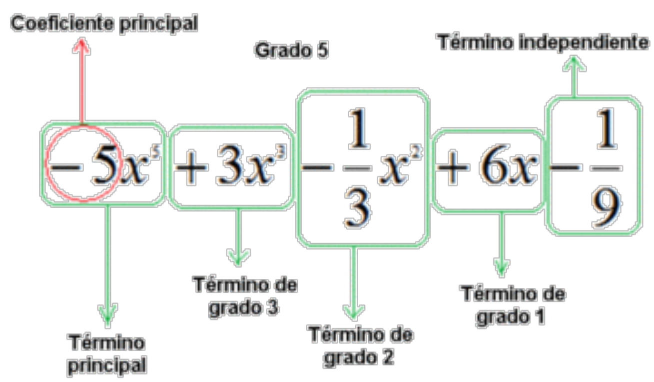
ⓑ $\frac{a^2}{36b^6}$

ⓒ $\frac{36}{a^2b^6}$

ⓓ $\frac{b^6}{36a^2}$

Identificar los términos, los coeficientes y el grado de un polinomio
Combinar términos semejantes
Aplicar reglas de exponentes
Efectuar sumas, restas y multiplicaciones con polinomios

Un **polinomio** es una expresión algebraica que muestra la suma de monomios.



Un polinomio está en forma estándar si sus términos se escriben en orden decreciente de grado.
Ejemplo: $4x^2 + 5x - 1$
Los grados de los términos están en el orden decreciente.

Término	$4x^2$	$5x$	-1
Grado	2	1	0

Los polinomios se suman y se restan simplificando los términos semejantes. La suma y resta de polinomios se puede resolver de forma horizontal y de forma vertical. Al resolver polinomios de forma vertical se alinean los términos semejantes.

Ejemplo. Suma el polinomio de forma horizontal.
$(4x^2 + 3x - 2) + (x^2 - 5)$

$= 4x^2 + x^2 + 3x - 2 - 5$	Quitar paréntesis
$= 4x^2 + x^2 + 3x - 2 - 5$	Agrupar términos semejantes
$= 5x^2 + 3x - 7$	Sumar y restar términos semejantes

Para multiplicar polinomios se multiplica cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio. Luego, se suma las respuestas y se simplifica.

Ejemplo. Halla el producto.

$$(6a^2)(3a^3) = (6 \cdot 3) \cdot (a^2 \cdot a^3) = 18a^{2+3} = 18a^5$$

4. Un polinomio de 5.° grado con coeficiente principal 7 y término constante 6.

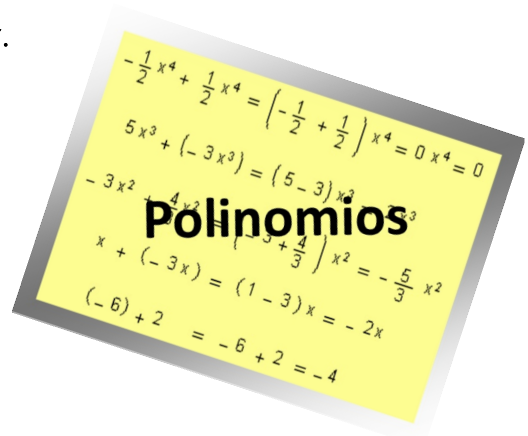
   ⓐ $7x^5 + 2x^2 + 6$

   ⓑ $6x^7 - x^5 + 5$

   ⓒ $6x^5 + x^4 + 7$

   ⓓ $7x^6 - 6x^4 + 5$

5. Selecciona el polinomio que está en forma estándar.



   ⓐ $5 - n$

   ⓑ $3n^3 + 5n - 1$

   ⓒ $n + 4n^2 - 4n^3$

   ⓓ $10 - n$

6. ¿Cuál es el grado del polinomio $5x^3 - 2x^4 - 9x^2 + x$?

   ⓐ 1

   ⓑ 2

   ⓒ 3

   ⓓ 4

7. Suma el polinomio: $(x + 2) + (x + 2)$

   ⓐ $x + 2$

   ⓑ $x + 4$

   ⓒ $x^2 + 4$

   ⓓ $2x + 4$

8. Resta el polinomio: $(x + 2)$ – $(x^4 + 2x + 6)$

ⓐ $x^4 + x^2 + 2x$

ⓑ $x^4 - x^2 + 2x$

ⓒ $-x^4 - x + 4$

ⓓ $x^4 - x^2 - 2x$

9. Multiplica el polinomio: $(5x + 6)(3x + 2)$

ⓐ $15x^2 + 28x + 12$

ⓑ $15x^2 + 34x + 12$

ⓒ $15x^2 + 28x + 8$

ⓓ $8x^2 + 28x + 12$

Factorizar polinomios

Factorizar una expresión algebraica es hallar dos o más factores cuyo producto es igual a la expresión propuesta.

En la factorización se buscan los factores de un producto dado. Los factores de una expresión algebraica son los términos, ya sean números o letras, que multiplicados entre sí dan como producto la primera expresión.

Factorización de polinomios con factores comunes

Ejemplo.

$3x^4 + 30x^3 + 15x^2$

$3x^4 = 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = (3x^2)(x^2)$

$30x^3 = 3 \cdot 10 \cdot x \cdot x \cdot x = (3x^2)(10x)$

$15x^2 = 15 \cdot x \cdot x = (3x^2)(5)$

El máximo factor común es $3x^2$, por lo tanto, podemos expresar el polinomio como: $3x^2(x^2 + 10x + 5)$

Factorización por el método de agrupación

Ejemplo.

$3x^2 + 6x + 4x + 8$

Solución:

$3x^2 + 6x + 4x + 8$

$= (3x^2 + 6x) + (4x + 8)$ Agrupa términos

$= 3x(x + 2) + 4(x + 2)$ Factoriza el máximo común divisor (MCD)

$= 3x(x + 2) + 4(x + 2)$ Factor común

$= (x + 2)(3x + 4)$ Factoriza $x + 2$

La forma factorizada es $(x + 2)(3x + 4)$.

Factorización de diferencia de cuadrados

Ejemplo.

$$49x^2 - 81y^2 = (7x)^2 - (9y)^2$$
$$= (7x + 9y)(7x - 9y)$$

Factorización de trinomios cuadrados perfectos

Ejemplo.

$4x^2 - 12x + 9$

$4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 = (2x - 3)^2$

Aplica la fórmula del binomio al cuadrado: $(a + 2)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$a = 2x$

$b = 3$

$= (2x - 3)^2$

10. Para hallar el producto de $(x + 4)$ $(x + 4)$ podemos comenzar con el siguiente proceso:

ⓐ $x + x + 4 + 4$

ⓑ $x \cdot x + 4 \cdot 4$

ⓒ $x \cdot x + x \cdot 4 + 4 \cdot x + 4 \cdot 4$

ⓓ $x \cdot x + x + 4 + 4 + x + 4 \cdot 4$

11. Para hallar el producto de $(x + 4)^2$ podemos aplicar la siguiente regla:

ⓐ $x^2 + 4^2$

ⓑ $x^2 \cdot 4^2$

ⓒ $x^2 + 4 \cdot x + 4^2$

ⓓ $x^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + 4^2$

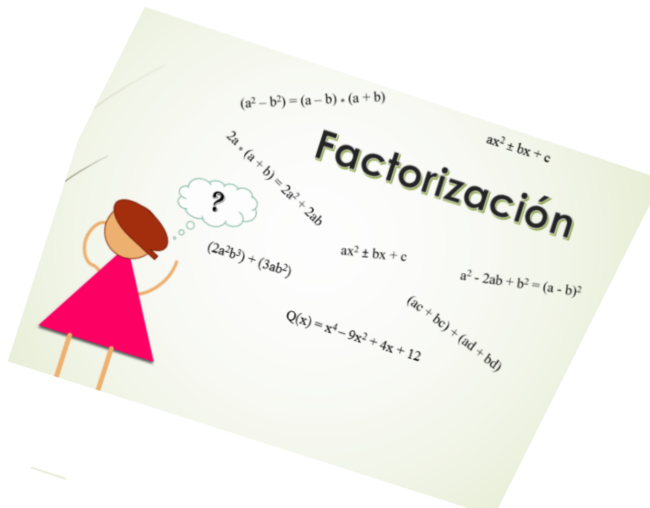
12. Factoriza: $3x^4 - 75 =$ _____

ⓐ $3(x^2 + 5)(x^2 - 5)$

ⓑ $3x^2(x + 5)(x - 5)$

ⓒ $3(x^2 + 5)(x - 2)(x + 3)$

ⓓ $3(x^2 - 5)^2$



13. Factoriza completamente: $a^2 + ab + ac + bc =$ _____

ⓐ $(a + b)(a + c)$

ⓑ $a(a + b + 2c)$

ⓒ $a(a + b + c) + b$

ⓓ $(a - c)(a - b)$

14. Simplifica: $(2 + \sqrt{5})(4 - \sqrt{5})$ = _____

ⓐ $8 - 2\sqrt{5}$

ⓑ 3

ⓒ $3 + 2\sqrt{5}$

ⓓ $5\sqrt{5}$

15. Simplifica: $\frac{5x^3-20x}{x^4+5x^3+6x^2}$ = ____

ⓐ $\frac{5x(x-2)}{x+3}$

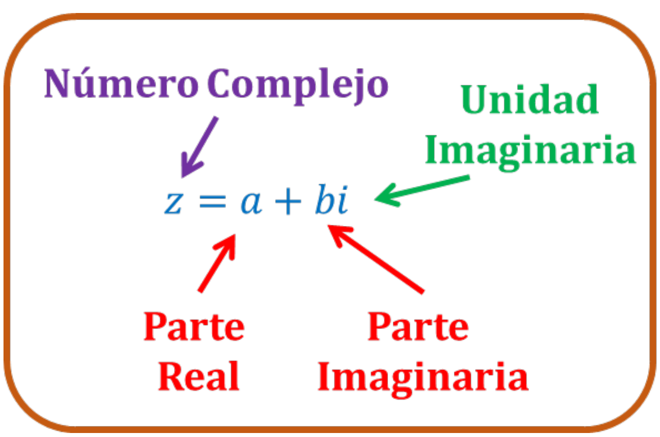
ⓑ $\frac{5(x-2)}{x+3}$

ⓒ $\frac{5(x-2)}{x(x+3)}$

ⓓ $\frac{5x(x+2)}{x(x+3)}$

Números complejos

Un **número complejo** es cualquier número que puede escribirse como $a + bi$, donde i es la unidad imaginaria y a y b son números reales.



Ejemplo 1.
Observa los siguientes números complejos.

$k = 7 - 4i$

$l = 2 + 8i$

¿Cuál es el producto de $k \cdot l$?

Solución:

$$(7 - 4i) \cdot (2 + 8i)$$
$$14 + 56i - 8i - 32i^2$$
$$14 + 48i - 32(-1)$$
$$14 + 48i + 32$$
$$46 + 48i$$

Ejemplo 2.
Si $p = -5 + 4i$ y $q = -12 - 19i$, ¿cuál es la diferencia entre p y q?

Solución:

$(-5 + 4i) - (-12 - 19i)$

$(-5 + 4i) + (12 + 19i)$

$(-5 + 12) + (4i + 19i)$

$7 + 23i$

16. Expresa de la forma $a + bi$: $8 + \sqrt{-8} + 10 - \sqrt{-72} =$ ____

   ⓐ $18 - 4\sqrt{5}i$

   ⓑ $18 + 4\sqrt{2}$

   ⓒ $18 + 4\sqrt{5}$

   ⓓ $18 - 4\sqrt{2}i$

17. Multiplica: $(4 - 5i)(4 + 5i) =$ ____

ⓐ $16 - 25i$

ⓑ 41
ⓒ 9
ⓓ $16 + 25i$

18. Resta: $10 - 2i - 16 - 3i$

ⓐ $-6 - 5i$

ⓑ $26 + 5i^2$

ⓒ $4 + 3i$

ⓓ $-16 - i$

Resolver ecuaciones cuadráticas

Resolver ecuaciones cuadráticas por el método de completar al cuadrado.

Ejemplo 1.
Observa la siguiente ecuación cuadrática $x^2 - 8x + 12$. Utiliza el método de completar el cuadrado para resolver la ecuación cuadrática. Escribe el resultado en la forma $(x - p)^2 = q$.
Solución:

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$
$$x^2 - 8x = -12$$
$$x^2 - 8x + 16 = -12 + 16$$
$$(x - 4)(x - 4) = 4$$
$$(x - 4)^2 = 4$$

El resultado de $x^2 - 8x + 12$ escrito en la forma $(x - p)^2 = q$ es $(x - 4)^2 = 4$

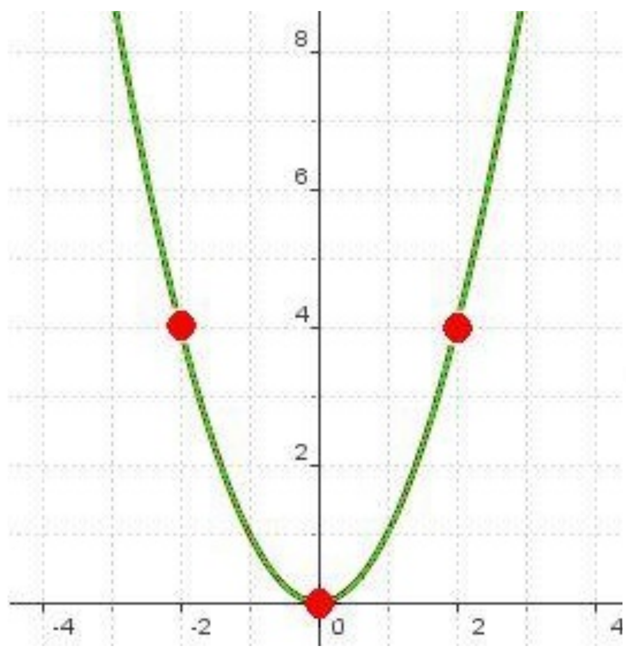
Ejemplo 2.
$x^2 + 6x + 7 = 0$
$x^2 + 6x + 7 + 2 = 0 + 2$
$x^2 + 6x + 9 = 2$
$(x + 3)^2 = 2$
$x + 3 = \pm\sqrt{2}$
$x = \pm\sqrt{2} - 3$
$\{-\sqrt{2} - 3, \sqrt{2} - 3\}$

19. ¿Qué factores faltan para que la ecuación sea verdadera?
$(x + \_)(x + \_) = x^2 - 14x + 48$

ⓐ 24 y 2
ⓑ -8 y 6
ⓒ 6 y 8
ⓓ 2 y 24

20. Identifica qué ecuación cuadrática corresponde el siguiente gráfico

ⓐ $y = x^2$
ⓑ $y = -2x^2$
ⓒ $y = x^2 - 1$
ⓓ $y = 3x^2 + 1$



21. Resuelve la ecuación: $x^2 + 4x + 1 = 0$

ⓐ $\{-\sqrt{3} - 2, \sqrt{3} + 2\}$
ⓑ $\{\sqrt{3} - 2, \sqrt{3} - 2\}$
ⓒ $\{-\sqrt{3} - 2, -\sqrt{3} - 2\}$
ⓓ $\{-\sqrt{3} - 2, \sqrt{3} - 2\}$

Ecuaciones e inecuaciones.

Pasos para resolver ecuaciones de primer grado

1° Quitar paréntesis.

2° Quitar denominadores.

3° Agrupar los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro.

4° Reducir los términos semejantes.

5° Despejar la incógnita.

Ecuaciones de 2° grado

Una ecuación de segundo grado es toda expresión de la forma:

ax² + bx +c = 0 con a ≠ 0.

Se resuelve mediante la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si es $a < 0$, multiplicamos los dos miembros por (-1).

Inecuaciones

Una **inecuación** es una desigualdad algebraica en la cual los conjuntos (miembros) se encuentran relacionados por los signos < (menor que), > (mayor que), ≤ (igual o menor que), ≥ (mayor o igual que).

Para solucionar una inecuación, es necesario descubrir el conjunto de los valores de la variable que permite verificarla.

Por ejemplo, tomemos la inecuación $3x - 4 < 8$. La resolución requiere seguir pasos tal como se hace con las ecuaciones (que son igualdades con números y letras relacionadas entre sí mediante operaciones matemáticas):

$$3x - 4 < 8$$

$$3x < 12$$

$$x < 4$$

22. Resuelve: $3x + 3 - 8x = 7 - 9x - 12$

ⓐ $x = -2$

ⓑ $x = -3$

ⓒ $x = 2$

ⓓ $x = 3$

23. Simplifica: $(3x - 3y) - (x - 3y)$ = ______

ⓐ $2x - 2y$

ⓑ $2x$

ⓒ $4x - 6y$

ⓓ $4x$

21. Halla la solución de: $2(x + 1) \leq x - 4$

ⓐ $x \geq 2$

ⓑ $x \leq -6$

ⓒ $x \leq -2$

ⓓ $x \geq 6$

Resolver sistema de ecuaciones

Para resolver sistema de ecuaciones lo podemos hacer por los siguientes métodos:

Por sustitución:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$3x = 7 - 2y \qquad x = \frac{7 - 2y}{3}$$

$$4\left(\frac{7 - 2y}{3}\right) - 3y = -2; \qquad \frac{28 - 8y}{3} - 3y = -2$$

$$28 - 8y - 9y = -6; \qquad -17y = -34; \qquad y = 2$$

$$x = \frac{7 - 2 \cdot 2}{3} \qquad x = 1$$

Por igualación:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$3x = 7 - 2y \qquad x = \frac{7 - 2y}{3}$$

$$4x = -2 + 3y \qquad x = \frac{-2 + 3y}{4}$$

$$4(7 - 2y) = 3(-2 + 3y) \qquad 28 - 8y = -6 + 9y$$

$$28 + 6 = 9y + 8y \qquad 34 = 17y \qquad y = 2$$

$$x = \frac{7 - 2 \cdot 2}{3} \qquad x = 1$$

Por reducción:

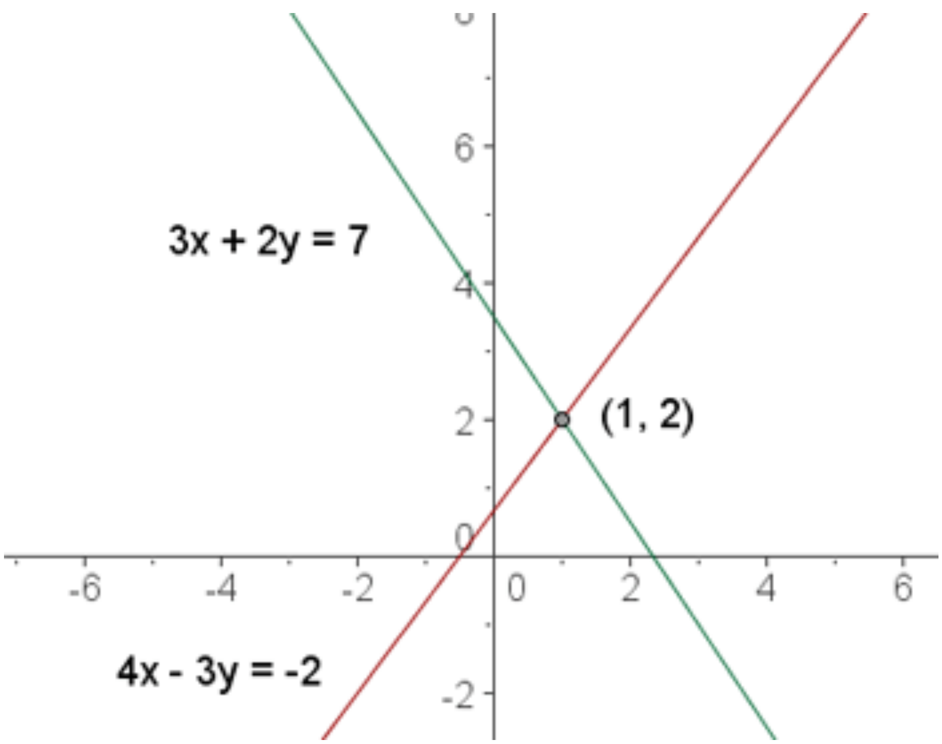
$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases} \begin{array}{c} \xrightarrow{x\,3} \\ \xrightarrow{x\,2} \end{array} \begin{cases} 9x + 6y = 21 \\ 8x - 6y = -4 \end{cases}$$

$$17x = 17 \qquad x = 1$$

$$3 \cdot 1 + 2y = 7 \qquad 2y = 4 \qquad y = 2$$

Gráficamente:



22. Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ x + 6y = -7 \end{cases}$$

ⓐ $x = -5, y = -2$

ⓑ $x = 5, y = -2$

ⓒ $x = 2, y = -5$

ⓓ $x = -2, y = -5$

23. Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$$

ⓐ $x = 4, y = -3$

ⓑ $x = -4, y = -3$

ⓒ $x = 4, y = 3$

ⓓ $x = -4, y = -3$

24. Encuentra los ceros de: $f(x) = 2x^2 + 10x - 12$

ⓐ { -1, 6}

ⓑ {2, 1}

ⓒ {1, -6}

ⓓ {1, 4}

25. Halla la pendiente de la línea que pasa por: (4, 6) y (-1, -2)

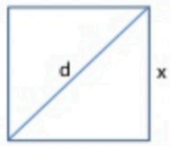
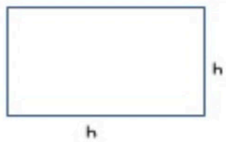
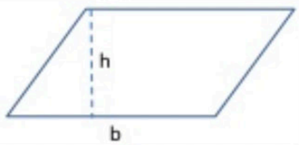
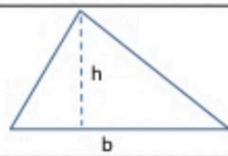
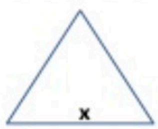
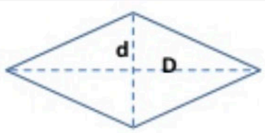
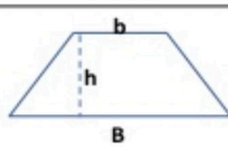
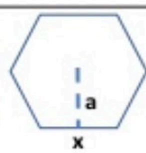
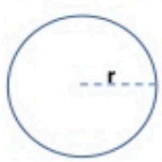
ⓐ $m = \frac{4}{3}$

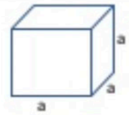
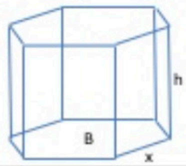
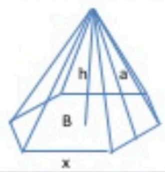
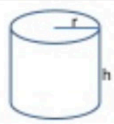
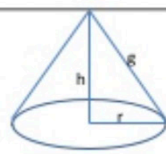
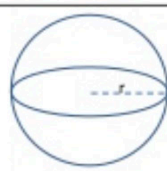
ⓑ $m = \frac{3}{4}$

ⓒ $m = \frac{8}{5}$

ⓓ $m = \frac{5}{8}$

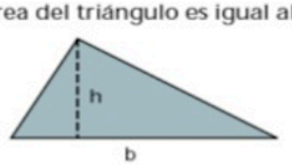
Geometría y Medición

CUADRO DE FÓRMULAS DE ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS				
NOMBRE	FIGURA	ELEMENTOS	AREA	PERIMETRO
CUADRADO		x = lado d = diagonal	$A = x^2$ $A = \frac{d^2}{2}$	$P = 4x$
RECTANGULO		b= base h = altura	$A = b.h$	$P = 2b + 2h$
PARALELOGRAMO		b= base h = altura	$A = b.h$	P = suma de lados
TRIANGULO		b= base h = altura	$A = \frac{b.h}{2}$	P = suma de lados
TRIÁNGULO EQUILÁTERO		x = lado	$A = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$	$P = 3x$
ROMBO		D = diagonal mayor d = diagonal menor	$A = \frac{D.d}{2}$	P = suma de lados
TRAPECIO		B = base mayor b = base menor h = altura	$A = \left(\frac{B+b}{2}\right)h$	P = suma de lados
POLÍGONO REGULAR		a = apotema x = lado n = N° lados p = perímetro	$A = \frac{P.a}{2}$	$P = n.x$
CÍRCULO		r = radio C = longitud de circunferencia o perímetro	$A = \pi r^2$	$C = 2\pi r$

CUADRO DE FÓRMULAS DE VOLUMEN Y ÁREA LATERAL DE CUERPOS SÓLIDOS				
NOMBRE	FIGURA	ELEMENTOS	VOLUMEN	ÁREA LATERAL Y AREA TOTAL
CUBO		a = arista	$V = a^3$	$A_L = 4a^2$ $A_T = 6a^2$
ORTOEDRO		b = largo a = ancho h = altura	$V = b.a.h$	$A_L = 2b.h + 2a.h$ $A_T = 2bh + 2ah + 2ab$
PRISMA RECTO		B = área de la base h = altura x = lado n = N° de lados	$V = B.h$	$A_L = n.x.h$ $A_T = n.x.h + 2B$
PIRÁMIDE		B = área de la base h = altura x = lado a = apotema n = N° de lados	$V = \frac{1}{3} B.h$	$A_L = \frac{1}{2} n.x.a$ $A_T = \frac{1}{2} n.x.a + B$
CILINDRO RECTO		r = radio h = altura	$V = \pi r^2 h$	$A_L = 2\pi r h$ $A_T = 2\pi r h + 2\pi r^2$
CONO		r = radio h = altura g = generatriz	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	$A_L = \pi r g$ $A_T = \pi r g + \pi r^2$
ESFERA		r = radio	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$A_L = A_T = 4\pi r^2$

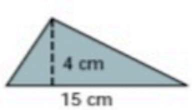
ÁREA DEL TRIÁNGULO

El área del triángulo es igual al semiproducto de la base por su altura.

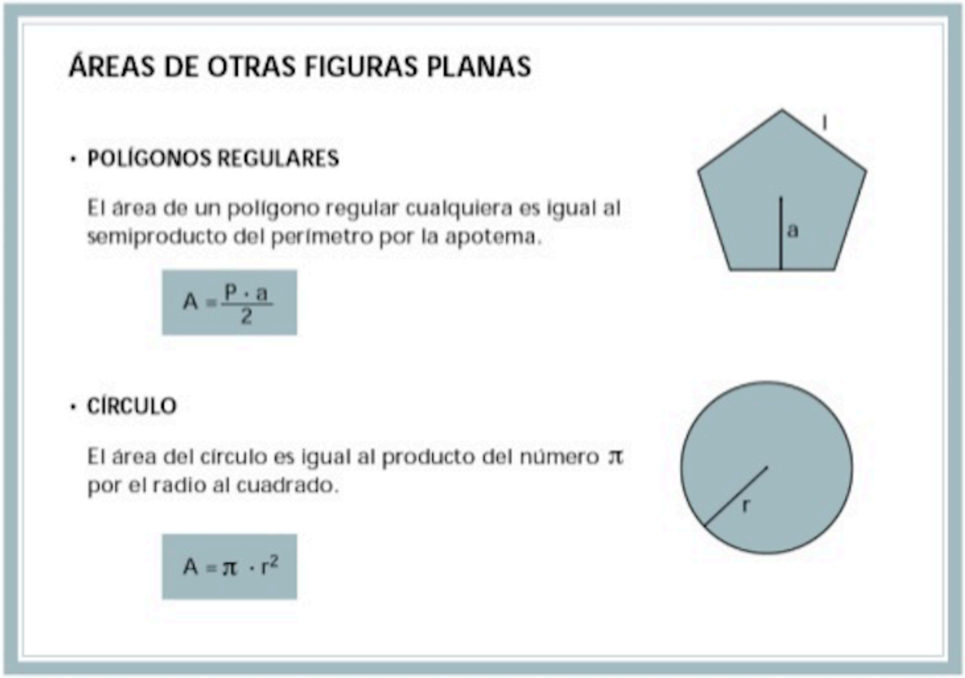


$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Ejemplo:



$$A = \frac{15 \times 4}{2} = 30 \text{ cm}^2$$



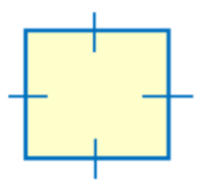
26. Si el perímetro de un cuadrado es 80cm, halla el área:

ⓐ 20 cm^2

ⓑ 80 cm^2

ⓒ 160 cm^2

ⓓ 400 cm^2



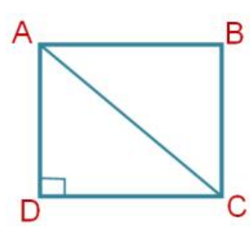
27. El perímetro del cuadrado ABCD es 24cm. Halla la medida de la diagonal en forma simple:

ⓐ $6\sqrt{2}$

ⓑ $6\sqrt{3}$

ⓒ $\sqrt{72}$

ⓓ $\sqrt{108}$



28. Dado dos ángulos complementarios, uno mide (2x + 10) y el otro (x + 20), calcula el valor de x:

ⓐ x = 10

ⓑ x = 20

ⓒ x = 50

ⓓ x = 60

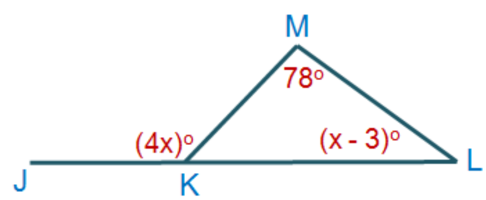
29. Halla la medida del ángulo MKJ = ____

ⓐ 25°

ⓑ 84°

ⓒ 100°

ⓓ 110°



30. Halla la medida de: ∡ 1 = _____ y ∡ 3 = _____

ⓐ ∡1 = 35°, ∡ 3 = 35°

ⓑ ∡ 1 = 35°, ∡ 3 = 145°

ⓒ ∡1 = 145°, ∡ 3 = 35°

ⓓ ∡1 = 55°, ∡ 3 = 145°

31. La recta que pasa por el centro de la circunferencia uniendo dos puntos de ella se llama _____.

ⓐ cuerda

ⓑ diámetro

ⓒ tangente

ⓓ secante

32. La recta que solo tiene un punto en común con la circunferencia se llama _____.

ⓐ diámetro

ⓑ cuerda

ⓒ secante

ⓓ tangente

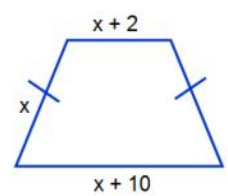
33. El perímetro del trapecio isósceles es de 92 cm. Halla $x =$ ____

ⓐ 10.7

ⓑ 20

ⓒ 26.7

ⓓ 40



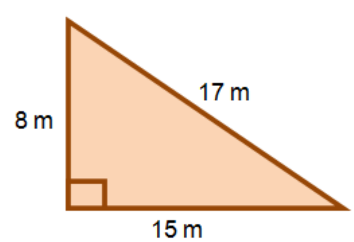
34. Halla el área y perímetro de la figura sombreada:

ⓐ $A = 40\ m^2$, $P = 60\ m$

ⓑ $A = 120\ m^2$, $P = 32\ m$

ⓒ $A = 60\ m^2$, $P = 40\ m$

ⓓ $A = 16\ m^2$, $P = 20\ m$



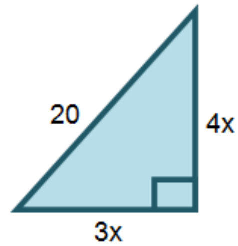
35. Usa el Teorema de Pitágoras. Halla $x = $ ____

ⓐ $x = 3$

ⓑ $x = 4$

ⓒ $x = 5$

ⓓ $x = 6$



Estadística y Probabilidad

Medidas tendencia central

La **media** es el promedio de todos los datos.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

Ejemplo. Encuentra la media de los números 11, 16, 9, 15, 5, 18.

Solución: Tenemos seis números en el grupo de datos. Así, encontramos la media de la siguiente manera:

$$\text{media} = \frac{11 + 16 + 9 + 15 + 5 + 18}{6} = \frac{74}{6} = 12\frac{1}{3}$$

La **moda** es el valor que aparece con mayor frecuencia en el conjunto de datos.

La **mediana** es el valor del medio del conjunto de datos, ordenado en orden ascendente.

Ejemplo 1. Encuentra la mediana de los siguientes números 11, 21, 6, 17, 9.

Solución:

Primero ordenamos los números en orden ascendente.

6, 9, 11, 17, 21

La mediana es el valor que queda en el centro del conjunto de datos.

La mediana es 11. Hay dos valores mayores que 11 y dos valores menores que 11.

Cuando se tiene un número par de datos, la mediana es igual a la media aritmética de los dos números centrales.

Ejemplo 2. Encuentra la mediana de los números 2, 17, 1, -3, 12, 8, 12, 16.

Solución:

Primero ordenamos los números en orden ascendente.

$-3,1,2,8,12,12,16,17$

La mediana es el valor que se encuentra en el centro del conjunto de datos. Por tanto, se ubica entre 8 y 12:

$$\text{mediana} = \frac{8+12}{2} = \frac{20}{2} = 10.$$

Medidas de dispersión

En estadística, las medidas de dispersión describen cuán lejos se esparce los datos de la medida del centro. Hay tres tipos principales de dispersión:

El **rango** es la diferencia entre el valor más alto y el más bajo en los datos.

Ejemplo. Encuentra el rango de los datos siguientes:

223,121,227,433,122,193, 397, 276, 303,199,197,265, 366, 401, 222

Solución:

Ordena los datos de menor a mayor.

121,122,193,197,199, 222, 223, 227, 265, 276, 303, 366, 397, 401, 433

Rango $= 433 - 122 = 311$

La **varianza** es la media de los cuadrados de la distancia de cada elemento de los datos (x_i) está de la media.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

La **desviación estándar** la raíz cuadrada de la varianza.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

36. La moda es...

Notas de Matemática	4	5	7	8	10
Frecuencia	2	4	1	3	2

ⓐ La nota 7.

ⓑ La nota 4.

ⓒ La nota 8.

ⓓ La nota 5.

37. La mediana es...

Notas de Matemática	4	5	7	8	10
Frecuencia	2	4	1	3	2

ⓐ El 12.

ⓑ El 4.

ⓒ El 2.

Ⓓ El 1.

38. La media es...

Notas de Matemática	4	5	7	8	10
Frecuencia	2	4	1	3	2

La media es...

ⓐ 6.5

ⓑ 6.7

ⓒ 7.2

ⓓ 5.6

39. Se preguntó a diez estudiantes por su edad y estatura. Los resultados se muestran en la tabla. ¿La desviación media de las edades y estatura, respectivamente es?

ⓐ 0.6 y 4.7

ⓑ 0.6 y 5.22

ⓒ 0.54 y 0.6

ⓓ 0.54 y 5.48

EDAD	ESTATURA
16	170
15	155
16	165
15	168
14	175
15	160
15	159
16	175
14	170
15	169

40. Determina la varianza:

Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre los meses de la edad de 50 niños de su consulta en el momento de caminar por primera vez:

Meses	Niños
9	1
10	4
11	9
12	16
13	11
14	8
15	1

ⓐ 1.68

ⓑ 1.45

ⓒ 2.00

ⓓ 1.00